RESEARCH ARTICLE Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika, Volume 39 Issue 2: 101-107 (June 2024)

दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण

नेहाताई वामनराव अगाशे[1,2], सिनी वर्गीस[1], विनायका[1,2], मोहम्मद हारुन[1]' देवेन्द्र कुमार[1]

सारांश

पृष्टभूमिः दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड (DNPBIB) अभिकल्पना को खण्ड की तीन प्रणालियों, जिसमें v उपचारों में से प्रत्येक को r बार दोहराए जाने की व्यवस्था के रूप में परिभाषित किया गया है, यदि पहली प्रणाली के प्रत्येक खण्ड में दूसरी प्रणाली के m_1 खण्ड होते हैं और दूसरी प्रणाली के प्रत्येक खण्ड में, तीसरी प्रणाली के m_2 खण्ड सम्मिलित होते हैं। DNPBIB अभिकल्पना का प्रत्येक चरण, स्वतंत्र रूप से व्यवहार की गई, एक आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड (PBIB) अभिकल्पना है।

विधियाँः तीन घटक अभिकल्पना अर्थात, (i) खण्डों की पहली और दूसरी प्रणाली को अनदेखा करते हुए, प्रत्येक आकार k_3 (< v) इकाइयों के b_3 खण्डों के साथ एक PBIB अभिकल्पना, λ_{3i} उपचारों की किसी भी जोड़ी की सहमति जो प्रत्येक के i^{th} सहयोगी हैं, (ii) खण्डों की पहली और तीसरी प्रणाली को अनदेखा करते हुए, प्रत्येक आकार k_2 (< v) इकाइयों के b_2 खण्डों के साथ एक और PBIB अभिकल्पना जिसमें λ_{3i} दो उपचारों की सहमति है जो एक दूसरे के सहयोगी हैं एवं (iii) दूसरे और तीसरे खण्डों की प्रणाली को अनदेखा करते हुए, प्रत्येक आकार की k_1 (< v) इकाइयों के b_1 खण्ड के साथ एक तीसरी PBIB अभिकल्पना, एक दूसरे के पहले सहयोगी के भीतर दो उपचारों की λ_{1i} सहमति प्राप्त की जाती है ।

परिणामः यह अध्ययन DNPBIB अभिकल्पना के निर्माण की दो नई सामान्य विधियाँ प्रदान करता है, जहां घटक अभिकल्पना दो या तीन सहयोगी वर्गों के साथ PBIB अभिकल्पना होती हैं। ऐसी अभिकल्पना विकसित करने के लिए समूह विभाज्य और आयताकार संघ योजनाओं का उपयोग किया गया है। विधियों को उपयुक्त उदाहरणों के साथ दर्शाया गया है।

शब्द कुंजीः दक्षता, समूह विभाज्य संघ योजना, आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना, आयताकार संघ योजना।

On Construction of Doubly Nested Partially Balanced Incomplete Block Designs

Nehatai Wamanrao Agashe[1,2], Cini Varghese[1], Vinayka[1,2], Mohd Harun[1], Devendra Kumar[1]

10.18805/BKAP702

ABSTRACT

Background: A doubly nested partially balanced incomplete block (DNPBIB) design is defined as an arrangement of v treatments each replicated r times in three systems of blocks if, each block of the first system contains m_1 blocks of second system and each block of the second system contains m_2 blocks of the third system. Each stage of DNPBIB design, treated independently, is a PBIB design.

Methods: Three component designs *viz*., (i) ignoring the first and second system of blocks, a PBIB design with b_3 blocks each of size k_3 (< v) units with, λ_{3i} concurrences of any pair of treatments which are i^{th} associates of each other, (ii) ignoring first and third system of blocks, another PBIB design with b_2 blocks each of size k_2 (< v) units with λ_{3i} concurrence of two treatments which are i^{th} associates of each other and (iii) ignoring the second and third system of blocks, a third PBIB design with b_1 block each of size k_1 (< v) units with, λ_{1i} concurrences of two treatments within first associate of each other, are obtained.

Result: This study provides two new general methods of constructing DNPBIB designs, where the component designs are PBIB designs with two or three associate classes. Group divisible and rectangular association schemes have been used for developing such designs. Methods are illustrated with appropriate examples.

Key words: Efficiency, Group divisible association scheme, Partially balanced incomplete block design, Rectangular association scheme.

परिचय

वैज्ञानिक परीक्षणों की सांख्यिकीय अभिकल्पना में ध्यान में रखी जाने वाली सबसे महत्वपूर्ण समस्या परीक्षणात्मक सामग्रियों में विविधता है । यदि किसी परीक्षण की योजना बनाते समय इस पर ठीक से विचार नहीं किया जाए, तो इससे वास्तविक उपचार अंतर अस्पष्ट होने की संभावना है, जब तक कि उपचारों की संख्या पर्याप्त न हो, उनका पता लगाना कठिन होगा। कभी–कभी, एक उपद्रव कारक उत्पन्न होता है, जो परीक्षणकर्ता के लिए

[1]ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, Library Avenue, New Delhi-110 012, India.
[2]ICAR- Indian Agricultural Research Institute, New Delhi-110 012, India.

Corresponding Author: Mohd Harun, ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, Library Avenue, New Delhi-110 012, India. Email: harun.agribhu@gmail.com

How to cite this article: Agashe, N.W., Varghese, C., Vinayka, Harun, M. and Kumar, D. (2024). On Construction of Doubly Nested Partially Balanced Incomplete Block Designs. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 39(2): 101-107. doi: 10.18805/BKAP702.

Submitted: 09-01-2024 **Accepted:** 09-04-2024 **Online:** 07-06-2024

अरुचिकर होते हुए भी परीक्षणात्मक सामग्री में परिवर्तनशीलता में महत्वपूर्ण योगदान देता है। खण्डीयकरण एक ऐसी तकनीक है जिसका उपयोग किसी खण्ड के भीतर परीक्षणात्मक इकाइयों की एकरूपता प्राप्त करने के लिए किया जाता है ताकि अंतर्खण्डीय जानकारी का उपयोग करके उपचार विषमताओं का अधिक कुशलता से अनुमान लगाया जा सके। सबसे सरल और सबसे अधिक इस्तेमाल की जाने वाली खण्ड अभिकल्पना एक यादृच्छिक पूर्ण खण्ड (RCB) अभिकल्पना है। यादृच्छिक पूर्ण खण्ड अभिकल्पना सबसे दक्ष अभिकल्पना है क्योंकि उपचार विषमता के साथ–साथ खण्ड विषमता का अनुमान लगाने में जानकारी की कोई हानि नहीं होती है। यद्यपि, जब किसी परीक्षण में उपचारों की संख्या बढ़ती है, तो यादृच्छिक पूर्ण खण्ड अभिकल्पना के खण्ड बड़े हो जाते हैं; और खण्डों के भीतर एकरूपता बनाए रखना संभव नहीं हो पाता है। ऐसी स्थितियों में अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं का लाभप्रद रूप से उपयोग किया जा सकता है क्योंकि उनके खण्ड छोटे होते हैं। अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं की श्रेणी में, येट्स (1936) द्वारा दी गई संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना (BIB) सबसे सरल है। लेकिन प्रत्येक प्राचलीय संयोजन के लिए संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना उपलब्ध नहीं है। इसके अतिरिक्त, भले ही किसी दिए गए उपचारों की संख्या (v) और खण्ड आकार (k) के लिए संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना उपस्थित हो, इसके लिए बहुत अधिक प्रतिकृति की आवश्यकता हो सकती है। इस समस्या को दूर करने के लिए बोस और नायर (1939) ने द्विचरीय, सम–प्रतिकृति एवं उचित अभिकल्पनाओं की एक श्रेणी प्रस्तुत की, जिन्हें आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाएँ (PBIBD) कहा जाता है।

नीड़ित खण्ड अभिकल्पना वे खण्ड अभिकल्पना होती हैं जिनमें खण्ड की दो प्रणालियाँ होती हैं जिनमें खण्ड की दूसरी प्रणाली पहली प्रणाली के भीतर नीड़ित होती है। नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना (प्रीस, 1967) और नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना (होमल एवं रॉबिन्सन, 1975) नीड़ित खण्ड अभिकल्पना के दो महत्वपूर्ण वर्ग बनाती हैं।

ऐसी स्थिति उत्पन्न हो सकती है जब परीक्षण सामग्री के उप–खण्ड स्तर में भिन्नता का तीसरा स्रोत उपस्थित हो, उस स्थिति में दोहरी नीड़ित खण्ड अभिकल्पना का उपयोग किया जाता है। दोहरी नीड़ित खण्ड अभिकल्पना एक खण्ड अभिकल्पना है जिसमें खण्डीयकरण की तीन प्रणालियाँ सम्मिलित होती हैं, जिसमें खण्डीयकरण की पहली प्रणाली को दूसरी प्रणाली के भीतर नीड़ित किया जाता है और खण्डीयकरण की दूसरी प्रणाली को खण्डीयकरण की तीसरी प्रणाली के भीतर नीड़ित किया जाता है। इस अभिकल्पना का उपयोग किसी परीक्षण की परीक्षणात्मक सामग्री में उपस्थित भिन्नता के तीन स्रोतों को समाप्त करने के लिए किया जाता है। निम्नलिखित कुछ परीक्षणात्मक स्थितियाँ हैं।

उदाहरण 1– कटाई उप– खण्ड के अनुसार की जाती है और प्रत्येक उप–खण्ड से एकत्रित प्रतिदर्शों का विभिन्न तकनीशियनों द्वारा प्रयोगशाला में उनकी सामग्री के लिए विश्लेषण किया जाना है। तकनीशियनों के कारण भिन्नता को नियंत्रित करने के लिए, इसे एक अन्य अवरोधक कारक के रूप में लिया जा सकता है। इसलिए एक उप–खण्ड के भीतर इकाइयों को स्थापित करने की आवश्यकता हो सकती है (मंडल इत्यादि, 2012)।

उदाहरण 2– एक अभियांत्रिकी परीक्षण में, विभिन्न पीसने वाली मशीनों की दक्षता का अध्ययन करने के लिए परीक्षणात्मक सामग्री को अलग–अलग वातावरणों के अनुसार समूहित किया जा सकता है, अलग–अलग वातावरणों को अलग–अलग बैचों के अनुसार समूहित किया जा सकता है और आगे अलग–अलग बैचों को अलग–अलग ऑपरेटरों के अनुसार समूहीकृत किया जा सकता है। ऐसी परीक्षणात्मक स्थितियों से निपटने के लिए दोहरी नीड़ित खण्ड अभिकल्पनाओं का उपयोग किया जाता है (मेसन इत्यादि, 2003) जहां विविधताओं के तीन स्रोत होते हैं, भिन्नता के तीसरे स्रोत (उप–उप खण्ड) को दूसरे (उप– खण्ड) के भीतर और दूसरे को पहले (खण्ड) के भीतर नीड़ित किया जाता है।

प्रीस (1967) ने नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना प्रस्तुत की और नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं का परीक्षण और त्रुटि समाधान दिया। होमेल एवं रॉबिन्सन (1975) ने नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं को परिभाषित किया और इन अभिकल्पनाओं के निर्माण के तरीके दिए। जिम्बो एवं कुरिकी (1983), डे इत्यादि (1986) ने नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण के लिए सामान्य तरीकों का एक सेट विकसित किया। बनर्जी एवं कागेयामा (1993) और साहा इत्यादि (1998) ने नीड़ित संतुलित और आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण के कुछ व्यवस्थित तरीके प्रस्तुत किए। गुप्ता (1993) ने देखा कि नीड़ित खण्ड अभिकल्पना के इष्टतम परिणाम केवल उप–खण्ड अभिकल्पना के इष्टतम परिणाम पर निर्भर थे। कागेयामा इत्यादि (1995) ने दोहरीकरण की तकनीक का उपयोग करके नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना और 2– सहयोगी वर्ग नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना प्राप्त करने की कुछ प्रक्रियाएं दीं। फिलिप इत्यादि (1997) ने प्रतिबंधित दोहरीकरण की तकनीक का उपयोग करके दो सहयोगी नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं की अवधारणा को नीड़ित टी–

सहयोगी आंशिक संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं तक विस्तारित किया । सतपति (2001) एवं मॉर्गन इत्यादि (2001) ने नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं की एक विस्तृत समीक्षा प्रस्तुत की और इन अभिकल्पनाओं की सूची प्रदान की। सतपति एवं प्रसाद (2004) और प्रसाद (2019) ने 2– और 3–सहयोगी वर्ग नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण के कुछ नए तरीके प्राप्त किए और नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं की सूची प्रदान की। दोहरी नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड की अवधारणा प्रीस इत्यादि (1999) द्वारा प्रस्तुत की गई थी। मंडल इत्यादि (2012) ने दोहरी नीड़ित संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना प्रस्तुत की और दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना के निर्माण के कुछ सामान्य तरीके दिए।

प्रस्तुत अध्ययन में, दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना के निर्माण की दो विधियाँ विकसित की गई हैं। इन विधियों को निम्नलिखित अनुभाग में समझाया गया है।

मॉडल एवं परीक्षणात्मक विन्यास परिभाषा

दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना को खण्ड की तीन प्रणालियों, जिसमें v उपचारों में से प्रत्येक को r बार दोहराए जाने की व्यवस्था के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, यदि

1. पहली प्रणाली के प्रत्येक खण्ड में दूसरी प्रणाली के m_1 खण्ड होते हैं और दूसरी प्रणाली के प्रत्येक खण्ड में तीसरी प्रणाली के m_2 खण्ड होते हैं,
2. यदि हम खण्डों की पहली और दूसरी प्रणाली को अनदेखा करते हैं, तो यह k इकाइयों के आकार के b_3 खण्डों की एक आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना बनाती है जिसमें उपचार के किसी भी जोड़े की λ_{3i} सहमति होती है जो एक दूसरे के पवे सहयोगी होते हैं।
3. प्रीस इत्यादि (2012) के अनुसार खण्डों की पहली और तीसरी प्रणाली को अनदेखा करते हुए, यह दो उपचारों की λ_{2i} सहमति के साथ प्रत्येक आकार की k_2 इकाइयों वाले b_2 खण्डों के साथ एक आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना बनाती है जो एक दूसरे के पवे सहयोगी हैं और खण्डों की दूसरी और तीसरी प्रणाली को अनदेखा करते हुए, एक दूसरे के पहले सहयोगी के भीतर दो उपचारों की λ_{1i} सहमति के साथ b_1 खण्डों, प्रत्येक के k_1 इकाइयों के आकार की यह एक आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना बनती है।

दोहरी नीड़ित संतुलित खण्ड अभिकल्पना मॉडल

निम्नलिखित निश्चित प्रभाव मॉडल पर विचार किया जा सकता है:

$$y_{ij''(j'(j))u} = \mu+\iota_i+\beta_j+\eta_{j'(j)}+\gamma_{j''(j'j))}+\varepsilon_{j''(j'j))u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

जहां $y_{ij''(j'(j))u}$ iवे (i=1,2,…,v) उपचार को प्राप्त करते हुए jवे (i=1,2,…,v) खण्ड के भीतर j′वे (j′=1,2,…,q_j) उप–खण्ड में j″वे (j″=1,2,…,$s_{j'(i)}$) उप– उप–खण्ड के अंदर नीड़ित u वी इकाई पर अवलोकन को दर्शाता है, μ सामान्य माध्य है, ι_i iवा उपचार प्रभाव है, β_j jवे खण्ड का प्रभाव है, $\eta_{j'(j)}$ jवे खण्ड के भीतर j′वे उप–खण्ड का प्रभाव है, $\gamma_{j''(j'j))}$ jवे खण्ड के भीतर नीड़ित j′वे उप–खण्ड के अंदर नीड़ित j″ वे उप– उप–खण्ड का प्रभाव है, $\varepsilon_{j''(j'j))u}$ त्रुटि पद है जो स्वतंत्र और समान रूप से शून्य माध्य और स्थिर σ^2 विचरण के साथ सामान्य वितरण का पालन करते हुए वितरित है।

दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं हेतु संरचना पद्धतियाँ

इस अनुभाग में हमने दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण के लिए एक विधि विकसित की है। यह विधि समूह विभाज्य सहचर्य (GD association) योजना पर आधारित है।

प्रथम पद्धतिः मान लीजिए v=mn; m ≥ 2, n=4, दो–वर्ग समूह विभाज्य सहचर्य योजना पर परिभाषित उपचार जो निम्नानुसार प्रदर्शित होते हैं :

1	m +1	2m+1	3m+1
2	m+2	2m+2	3m+2
-	-	-	-
m	2m	3m	4m

अब, समूह विभाज्य सहचर्य योजना के आधार पर एक दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना का निर्माण निम्नलिखित प्रक्रिया का उपयोग करके किया जा सकता है।

चरण 1– एक ही पंक्ति के सभी उपचार एक दूसरे के पहले सहयोगी हैं और इसमें 4(m–1) आकार के समान दूसरे सहयोगी सम्मिलित हैं जिनका उपयोग सभी संभावित संयोजनों को बनाने के लिए किया जाता है।

चरण 2– ये संयोजन यह सुनिश्चित करते हैं कि प्रत्येक उपचार केवल अपने दूसरे सहयोगियों के साथ बिना किसी जोड़ी के दोहराव के आता है।

चरण 3– यदि चार उपचार, मान लीजिए, (α, β, γ, δ) एक दूसरे के पहले सहयोगी हैं, तो उनके दूसरे सहयोगी, (θ, ψ, η,

ω) माना, जो अपने भीतर भी पहले सहयोगी हैं।

चरण 4– संयोजन (α,θ), (β,ψ), (γ,η) and (δ,ω) को उप–उप–खण्ड के रूप में लें, जिनमें से प्रत्येक का आकार दो है, दो– दो उप–खण्डों को विलय कर, प्रत्येक को चार आकारों [(α,θ),(β,ψ)] एवं [(γ,η), (δ,ω)] में उप–खण्ड बना दिया गया है, फिर उन्हें आकार आठ का एक सुपर खण्ड {[(α, θ), (β,ψ)] [(γ,η), (δ,ω)]} में ले जाया गया इसी प्रकार, अन्य संभावित सुपर खण्ड {[(α,ψ), (β,θ)][(γ,ω), (δ,η)]} एवं {[(α,ω), (δ,θ)] [(β,η), (γ,ψ)]}हैं।

चरण 5– सभी $v = 4m$ उपचारों के लिए चरण 1 से 4 का पालन करते हुए, $v = 4m$, $r = 12(m-1)$, $b_1 = 12(m_2)$, $b_2 = 24(m_2)$, $b_3 = 48(m_2)$, $k_1 = 8$, $k_2 = 4$, $k_3 = 2$, $\lambda_{11} = 12(m-1)$, $\lambda_{12} = 4(m-1)$, $\lambda_{21} = 4(m-1)$, $\lambda_{22} = 6$, $\lambda_{31} = 0$, $\lambda_{32} = 3$ प्राचलों के साथ खंडीयकरण के प्रत्येक स्तर पर समूह विभाज्य सहचर्य योजना के आधार पर एक दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना प्राप्त होती है।

उदाहरण– मान लीजिए कि $v = 12$ उपचारों के लिए $m = 3$ और $n = 4$ समूह विभाज्य सहचर्य योजना पर परिभाषित हैं, अर्थात,

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

अब पद्धति की प्रक्रिया के अनुसार, हमें समूह विभाज्य सहचर्य योजना के आधार पर दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना मिलती है, जिसमें अभिकल्पना के प्राचल, $v = 12, r = 24, \beta_1 = 36, \beta_2 = 72, \beta_3 = 144, k_1 = 8, k_2 = 4, k_3 = 2, \lambda_{11} = 24, \lambda_{12} = 12, \lambda_{21} = 8, \lambda_{22} = 6, \lambda_{31} = 0, \lambda_{32} = 3$ हैं। अभिकल्पना का विन्यास इस प्रकार है।

{[(1,	5),	(2,	6)],	[(3,	7),	(4	8)]}
{[(1,	9),	(2,	10)],	[(3,	11),	(4	12)]}
{[(5,	9),	(6,	10)],	[(7,	11),	(8	12)]}
{[(1,	6),	(2,	5)],	[(3,	8),	(4	7)]}
{[(1,	10),	(2,	9)],	[(3,	12),	(4	11)]}
{[(5,	10),	(6,	9)],	[(7,	12),	(8	11)]}
{[(1,	7),	(3,	5)],	[(2,	8),	(4	6)]}
{[(1,	11),	(3,	9)],	[(2,	12),	(4	10)]}
{[(5,	11),	(7,	9)],	[(6,	12),	(8	10)]}
{[(1,	8),	(4,	5)],	[(2,	7),	(3	6)]}
{[(1,	12),	(4,	9)],	[(2,	11),	(3	10)]}
{[(5,	12),	(8,	9)],	[(6,	11),	(7	10)]}
{[(1,	5),	(3,	7)],	[(2,	6),	(4	8)]}
{[(1,	9),	(3,	11)],	[(2,	10),	(4	12)]}
{[(5,	9),	(7,	11)],	[(6,	10),	(8	12)]}
{[(1,	6),	(3,	8)],	[(2,	5),	(4	7)]}
{[(1,	10),	(3,	12)],	[(2,	9),	(4	11)]}
{[(5,	10),	(7,	12)],	[(6,	9),	(8	11)]}
{[(1,	7),	(2,	8)],	[(3,	5),	(4	6)]}
{[(1,	11),	(2,	12)],	[(3,	9),	(4	10)]}
{[(5,	11),	(6,	12)],	[(7,	9),	(8	10)]}
{[(1,	8),	(2,	7)],	[(4,	5),	(3	6)]}
{[(1,	12),	(2,	11)],	[(4,	9),	(3	10)]}
{[(5,	12),	(6,	11)],	[(8,	9),	(7	10)]}
{[(1,	5),	(4,	8)],	[(2,	6),	(3	7)]}
{[(1,	9),	(4,	12)],	[(2,	10),	(3	11)]}
{[(5,	9),	(8,	12)],	[(6,	10),	(7	11)]}
{[(1,	6),	(4,	7)],	[(2,	5),	(3	8)]}
{[(1,	10),	(4,	11)],	[(2,	9),	(3	12)]}
{[(5,	10),	(8,	11)],	[(6,	9),	(7	12)]}
{[(1,	7),	(4,	6)],	[(3,	5),	(2	8)]}
{[(1,	11),	(4,	10)],	[(3,	9),	(2	12)]}
{[(5,	11),	(8,	10)],	[(7,	9),	(6	12)]}
{[(1,	8),	(3,	6)],	[(4,	5),	(2	7)]}
{[(1,	12),	(3,	10)],	[(4,	9),	(2	11)]}
{[(5,	12),	(7,	10)],	[(8,	9),	(6	11)]}

द्वितीय पद्धतिः मान लीजिए v = mn उपचार आयताकार सहचर्य योजना पर परिभाषित किए गए हैं । सहचर्य योजना के साथ m × n सरणी पर v = mn($n \geq 4$, m= n + 1) उपचार की व्यवस्था की गई।

निम्नलिखित चरण दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना देते हैं ।

1. प्रत्येक पंक्ति Ri, Ri, i, = ((1))m को n आकार के एक उप–खण्ड के रूप में लें।

2. चुनी गई पंक्ति (Ri) उपचारों को अनदेखा कर स्तंभ उपचारों का उपयोग करके n आकार के उप–उप खण्ड लिखें और उन्हें C1(i), C2(i),…, Cn(i) नाम दें ।

3. इन n उप–उप खण्डों पर

$$\{[Ri, C_{1(i)}], [C_{2(i)}, C_{3(i)}]\}$$
$$\{[Ri, C_{1(i)}], [C_{2(i)}, C_{4(i)}]\}$$

प्रकार की निश्चित पंक्ति Ri के साथ संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना ($v' = n, b', r', k' = 3, \lambda'$) पर विचार करें जो b′ खण्ड देता है।

4. निश्चित पंक्ति Ri जिसमें प्रत्येक 4n आकार के k′b′ = 3b′ खण्ड सम्मिलित हैं, के लिए k′ = 3 बार अंतरपरिवर्तनीय स्तंभ लें।

यह प्रक्रिया सभी m पंक्तियों के लिए आयताकार सहचर्य योजना के आधार पर, v= mn, $v \geq 4$, r= 4nr′, m= n + 1, n= v′, b_1=3mb′, b_2=6mb′, b_3= 12mb′, k_1= 4n, k_2= 2n, k_3= n, λ_{11}= 3(nλ′- b′), λ_{12}= mr′, λ_{13}=12r′, λ_{21}=3b′ + nλ′, λ_{22}= r′ (3n-1), λ_{23}= 4r, λ_{31}=3b′, λ_{32}= 3(n-1)r′, λ33= 0 प्राचलों के साथ दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना बनाने के लिए लागू की जाती है।

उदाहरण– मान लीजिए कि v= 20 उपचारों के लिए m= 4 और n= 5, आयताकार सहचर्य योजना पर परिभाषित हैं, अर्थात,

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

अब पद्धति 2 की प्रक्रिया के अनुसार, हमें v = 20, n = 4, r= 48, m= 5, n= 4, b_1= 60, b_2= 120, b_3= 240, k_1= 16, k_2= 8, k_3= 4, λ_{11}= 36, λ_{12}= 45, λ_{13}= 36, λ_{21}= 20, λ_{22} = 33, λ_{23}= 20, λ_{31}= 12, λ_{32}= 36, λ_{33}= 0 प्राचलों के साथ आयताकार सहचर्य योजना के आधार पर दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पना मिलती है।

{[(1,	6,	11,	16),	(2,	3,	4,	5)],	[(7,	8,	9,	10),	(12,	13,	14,	15)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(2,	3,	4,	5)],	[(7,	8,	9,	10),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(2,	3,	4,	5)],	[(12,	13,	14,	15),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(7,	8,	9,	10)],	[(12,	13,	14,	15),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(7,	8,	9,	10)],	[(2,	3,	4,	5),	(12,	13,	14,	15)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(7,	8,	9,	10)],	[(2,	3,	4,	5),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(12,	13,	14,	15)],	[(2,	3,	4,	5),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(12,	13,	14,	15)],	[(7,	8,	9,	10),	(17,	18,	19,	20)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(12,	13,	14,	15)],	[(2,	3,	4,	5),	(7,	8,	9,	10)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(17,	18,	19,	20)],	[(2,	3,	4,	5),	(7,	8,	9,	10)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(17,	18,	19,	20)],	[(2,	3,	4,	5),	(12,	13,	14,	15)]}
{[(1,	6,	11,	16),	(17,	18,	19,	20)],	[(7,	8,	9,	10),	(12,	13,	14,	15)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(1,	6,	11,	16)],	[(3,	8,	13,	18),	(4,	9,	14,	19)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(1,	6,	11,	16)],	[(3,	8,	13,	18),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(1,	6,	11,	16)],	[(4,	9,	14,	19),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(3,	8,	13,	18)],	[(4,	9,	14,	19),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(3,	8,	13,	18)],	[(1,	6,	11,	16),	(4,	9,	14,	19)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(3,	8,	13,	18)],	[(1,	6,	11,	16),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(4,	9,	14,	19)],	[(1,	6,	11,	16),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(4,	9,	14,	19)],	[(3,	8,	13,	18),	(5,	10,	15,	20)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(4,	9,	14,	19)],	[(3,	8,	13,	18),	(1,	6,	11,	16)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(5,	10,	15,	20)],	[(3,	8,	13,	18),	(1,	6,	11,	16)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(5,	10,	15,	20)],	[(4,	9,	14,	19),	(1,	6,	11,	16)]}
{[(2,	7,	12,	17),	(5,	10,	15,	20)],	[(4,	9,	14,	19),	(3,	8,	13,	18)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(1,	2,	4,	5)],	[(6,	7,	9,	10),	(11,	12,	14,	15)]}

Table Continue...

Table Continue...

{[(3,	8,	13,	18),	(1,	2,	4,	5)],	[(6,	7,	9,	10),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(1,	2,	4,	5)],	[(11,	12,	14,	15),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(6,	7,	9,	10)],	[(11,	12,	14,	15),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(6,	7,	9,	10)],	[(1,	2,	4,	5),	(11,	12,	14,	15)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(6,	7,	9,	10)],	[(1,	2,	4,	5),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(11,	12,	14,	15)],	[(1,	2,	4,	5),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(11,	12,	14,	15)],	[(6,	7,	9,	10),	(16,	17,	19,	20)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(11,	12,	14,	15)],	[(1,	2,	4,	5),	(6,	7,	9,	10)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(16,	17,	19,	20)],	[(1,	2,	4,	5),	(6,	7,	9,	10)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(16,	17,	19,	20)],	[(1,	2,	4,	5),	(11,	12,	14-	15)]}
{[(3,	8,	13,	18),	(16,	17,	19,	20)],	[(6,	7,	9,	10),	(11,	12,	14,	15)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(1,	2,	3,	5)],	[(6,	7,	8,	10),	(11,	12,	13,	15)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(1,	2,	3,	5)],	[(6,	7,	8,	10),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(1,	2,	3,	5)],	[(11,	12,	13,	15),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(6,	7,	8,	10)],	[(11,	12,	13,	15),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(6,	7,	8,	10)],	[(1,	2,	3,	5),	(11,	12,	13,	15)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(6,	7,	8,	10)],	[(1,	2,	3,	5),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(11,	12,	13,	15)],	[(1,	2,	3,	5),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(11,	12,	13,	15)],	[(6,	7,	8,	10),	(16,	17,	18,	20)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(11,	12,	13,	15)],	[(1,	2,	3,	5),	(6,	7,	8,	10)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(16,	17,	18,	20)],	[(1,	2,	3,	5),	(6,	7,	8,	10)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(16,	17,	18,	20)],	[(1,	2,	3,	5),	(11,	12,	13,	15)]}
{[(4,	9,	14,	19),	(16,	17,	18,	20)],	[(6,	7,	8,	10),	(11,	12,	13,	15)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(1,	2,	3,	4)],	[(6,	7,	8,	9),	(11,	12,	13,	14)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(1,	2,	3,	4)],	[(6,	7,	8,	9),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(1,	2,	3,	4)],	[(11,	12,	13,	14),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(6,	7,	8,	9)],	[(11,	12,	13,	14),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(6,	7,	8,	9)],	[(1,	2,	3,	4),	(11,	12,	13,	14)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(6,	7,	8,	9)],	[(1,	2,	3,	4),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(11,	12,	13,	14)],	[(1,	2,	3,	4),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(11,	12,	13,	14)],	[(6,	7,	8	9),	(16,	17,	18,	19)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(11,	12,	13,	14)],	[(1,	2,	3,	4),	(6,	7,	8,	9)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(16,	17,	18,	19)],	[(1,	2,	3,	4),	(6,	7,	8,	9)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(16,	17,	18,	19)],	[(1,	2,	3,	4),	(11,	12,	13,	14)]}
{[(5,	10,	15,	20),	(16,	17,	18,	19)],	[(6,	7,	8,	9),	(11,	12,	13,	14)]}

परिचर्चा

समूह विभाज्य और आयताकार सहचर्य योजनाओं का उपयोग करके दोहरी नीड़ित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड अभिकल्पनाओं के निर्माण के लिए दो पद्धतियाँ प्रस्तावित की गई हैं। इन अभिकल्पनाओं का निर्माण करना आसान है और ये प्राचलिक संयोजनों की एक विस्तृत श्रृंखला को सम्मिलित करती हैं। जब दो अतिरिक्त उपद्रव कारक परीक्षणात्मक अभिकल्पना के खण्ड के भीतर पदानुक्रमित रूप से निहित होते हैं तब इन्हें परीक्षणों में संसाधन–बचत के विकल्प के रूप में उपयोग किया जा सकता है।

संदर्भ

Banerjee, S. and Kageyama, S. (1993). Methods of constructing nested partially balanced incomplete block-designs.Utilitas Mathematica. 43: 3-6.

Bose, R.C. and Nair, K.R. (1939). Partially balanced incomplete block designs. Sankhya. 4: 337-372.

Dey, A., Das, U.S. and Banerjee, A.K. (1986). Construction of nested balanced incomplete block designs. Calcutta Statistical Association Bulletin. 35(3-4): 161-168.

Gupta, V.K. (1993). Optimal nested block designs. Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics. 45(2): 187-194.

Homel, R.J. and Robinson, J. (1975). Nested Partially Balanced Incomplete Block Designs. Sankhya, Series B. 37: 201-210.

Jimbo, M. and Kuriki, S. (1983). Constructions of nested designs. Ars Combinatoria. 16: 275-285.

Kageyama, S., Philip, J. and Banerjee, S. (1995). Some constructions of nested BIB and 2-associate PBIB designs under restricted dualization. Bulletin of the Faculty of School Education Hiroshima University.Part II, 17: 33-39.

Mandal, B.N., Parsad, R. and Gupta, V.K. (2012). Doubly nested partially balanced incomplete block designs. Journal of Statistics and Applications. 7: 153-169.

Mason, R.L., Gunst, R.F. and Hess, J.L. (2003). Statistical Design and Analysis of Experiments: With Applications to Engineering and Science, 2nd edition, John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey.

Morgan, J.P., Preece, D.A. and Rees, D.H. (2001). Nested balanced incomplete block designs. Discrete Mathematics. 231 (1-3): 351-389.

Parsad, R. (2019). Construction of nested partially balanced incomplete block designs. Statistics and Applications. 17(1): 275-280.

Philip, J., Banerjee, S. and Kageyama, S. (1997). Construction of nested t-associate PBIB designs under restricted dualization. Utilitas Mathematica. 51: 27-32.

Preece, D.A. (1967). Nested balanced incomplete block designs. Biometrika. 54(3-4): 479-486.

Preece, D.A., Rees, D.H. and Morgan, J.P. (1999). Doubly nested balanced incomplete block designs. Congress Numerantinum. 137: 5-8.

Saha, G.M., Dey, A. and Midha, C.K. (1998). Construction of nested incomplete block designs. Calcutta Statistical Association Bulletin. 48(3-4): 195-206.

Satpati, S.K. (2001). Nested block designs and their applications. Unpublished M.Sc. Thesis. Indian Agricultural Research Institute, New Delhi.

Satpati, S.K. and Parsad, R. (2004). Construction and cataloguing of nested partially balanced incomplete block designs. Ars Combinatoria. 73: 299-309.

Yates, F. (1936). Incomplete randomized blocks. Annals of Eugenics. 7(2): 121-140.